1 ある学年で英語と数学のテストを行った。その結果，２科目とも合格した人の数は全体の $\frac{9}{16}$，各科目の不合格だった人の数は，英語が11人，数学が全体の $\frac{5}{16}$ であった。また，２科目とも不合格だった人の数は，数学が不合格だった人の数の１割より少なかった。

(1)　全体の人数を x 人とおき，２科目とも不合格だった人の数を x で表せ。

(2)　x の値を求めよ。

2 ２次関数 $f(x)=ax^2-ax+b$ $(a<0)$ の $-2 \leqq x \leqq 2$ における最大値が3，最小値が -22 であるとき，定数 a，b の値を求めよ。

9999999900-01

SAMPLE

〇許可なしに転載・複製することを禁じます。

*
3　BC＝7，CA＝8，AB＝9 である△ABC の辺 AB 上に AD＝6 となるような点 D をとる。

(1)　cos$B$ の値を求めよ。

(2)　△BCD の面積を求めよ。

(3)　△BCD の外接円の半径を求めよ。

4　次のデータは，生徒 5 人に小テストを行って得られた得点である。

5，7，6，3，9

このとき，次の各問いに答えよ。

(1)　このデータの平均値を求めよ。

(2)　このデータの分散を求めよ。

(3)　このデータの標準偏差を求めよ。

SAMPLE

〇許可なしに転載・複製することを禁じます。

9999999900-01

**
5　正八角形の各頂点と正八角形に外接する円の中心をあわせた 9 つの点がある。この 9 つの点から 3 点を取り，三角形ができるようにする。

(1)　三角形はいくつできるか。

(2)　(1)のうち，直角三角形はいくつできるか。

*
6　AとBの 2 チームが続けて試合をして，初めに 3 勝した方が優勝する。Aが 1 戦ごとにBに勝つ確率が p であるとき，Aが優勝する確率を求めよ。ただし，引き分けはないものとする。

SAMPLE

〇許可なしに転載・複製することを禁じます。

月　日

重要公式　～式と証明～

2次式の恒等式

(i)　$ax^2+bx+c=0$ が x についての恒等式であるとき，

$a=$ ［　］，$b=$ ［　］，$c=$ ［　］

が成り立つ。

(ii)　$ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$ が x についての恒等式であるとき，

$a=$ ［　］，$b=$ ［　］，$c=$ ［　］

が成り立つ。

不等式の証明

不等式 $P>Q$ を証明するには，

［　　］>0

を導けばよい。

このとき，(実数)$^2\geqq$ ［　］ の性質を利用する。

相加平均と相乗平均の関係

$a>0$，$b>0$ のとき，

$\dfrac{a+b}{2}\geqq$ ［　　］

が成り立つ。

また，等号が成り立つのは，

［　　］ のときである。

［　］内は教科書などで確かめよう。

1　次の等式が x についての恒等式になるように，定数 a，b，c の値を定めよ。

(1)　$(a-2)x^2+(a+2b)x+(3b+c)=0$

(2)　$x^2=a(x-1)^2+b(x-1)+c$

2　次の不等式を証明せよ。

$5(a^2+b^2)\geqq(a+2b)^2$

3　$a>0$ のとき，次の不等式を証明せよ。

$a+\dfrac{9}{a}\geqq 6$

答　1 (1) $a=2$，$b=-1$，$c=3$　(2) $a=1$，$b=2$，$c=1$　2 省略　3 省略

SAMPLE

9999999900-01

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

月　日

重要公式　～剰余の定理，因数定理～

剰余の定理

x の整式 $f(x)$ を，x の1次式 ［　］ で割ったときの余りは $f(a)$ である。

また，1次式 $ax+b$ で割ったときの余りは $f\left($［　　］$\right)$ である。

因数定理

x の整式 $f(x)$ が $x-a$ を因数にもつ条件は ［　　］ である。

［　］内は教科書などで確かめよう。

1　次の整式を〔　〕内の1次式で割ったときの余りを求めよ。

(1)　x^3-2x^2+4x-1　〔$x-1$〕

(2)　x^3+2x^2+3x+4　〔$x+2$〕

(3)　$4x^3-3x+2$　〔$2x+1$〕

2　次の整式を因数分解せよ。

(1)　$x^3-4x^2-7x+10$

(2)　x^3+2x^2-x+6

答　1 (1) 2　(2) -2　(3) 3　2 (1) $(x-1)(x+2)(x-5)$　(2) $(x+3)(x^2-x+2)$

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

7　次の計算をせよ。

(1)　$\dfrac{(x-1)^2}{(x-1)(x+3)}\times\dfrac{(x-2)(x+3)}{(x-1)(x+4)}$

(2)　$\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-4x}\div\dfrac{x^2+2x+1}{x^2+x}$

(3)　$\left(x-\dfrac{2}{x-1}\right)\times\left(x-\dfrac{2}{x+1}\right)$

8　次の不等式を証明せよ。

(1)　$5a^2-12ab+8b^2\geqq 0$

(2)　$a^2+4b^2-6a+4b+12>0$

SAMPLE

9999999900-01

*

9　$a>0$，$b>0$ のとき，次の不等式を証明せよ。また，等号が成立するのはどのようなときか。

(1)　$\dfrac{a}{4}+\dfrac{1}{b}\geqq\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

(2)　$\dfrac{9}{a}+\dfrac{b}{4}\geqq 3\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

(3)　$\left(\dfrac{a}{4}+\dfrac{1}{b}\right)\left(\dfrac{9}{a}+\dfrac{b}{4}\right)\geqq 4$

*

10　与えられた2次方程式が，次のような解をもつときの k の値の範囲を求めよ。

(1)　$x^2-2x+k=0$ が2つの正の解

(2)　$x^2+4x+k=0$ が異なる2つの負の解

(3)　$x^2+4x-k+1=0$ が異符号の解

SAMPLE

11 *　x の整式 $f(x)$ を $x-2$ で割ると余りは 1，$x+3$ で割ると余りは -9 である。この整式 $f(x)$ を $(x-2)(x+3)$ で割ったときの余りを求めよ。

12　a は正の数で，$f(x)=x^4+(a-1)x^3+2x-a^2-a+2$ が $x-1$ で割り切れるとき，

(1)　a の値を求めよ。

(2)　4 次方程式 $f(x)=0$ を解け。

SAMPLE

9999999900-01

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

重要公式　～2直線の位置関係～

2直線の平行，垂直

2 直線 $y=m_1x+n_1$，$y=m_2x+n_2$ について，

2 直線が平行である条件は，

$\square = \square$

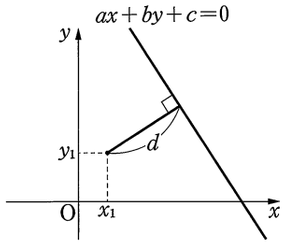
2 直線が垂直である条件は，

$\square$

点と直線の距離

点 $(x_1,\ y_1)$ と直線 $ax+by+c=0$ の距離 d は，

$d=$ $\square$



特に，原点と直線 $ax+by+c=0$ の距離 d' は，

$d'=$ $\square$

$\square$ 内は教科書などで確かめよう。

1　次の 2 直線は平行であるか。また，垂直であるか。

(1)　$y=-3x+2$，$6x+2y+3=0$

(2)　$x+2y+1=0$，$4x-2y+5=0$

2　(1)　点 $(-1,\ 2)$ と直線 $x-3y+2=0$ の距離を求めよ。

(2)　原点と直線 $5x+12y+c=0$ の距離が 1 のとき，定数 c の値を求めよ。

答　1 (1)　平行　(2)　垂直　2 (1)　$\frac{\sqrt{10}}{2}$　(2)　$c=13,\ -13$

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

重要公式　～円の方程式，直線との位置関係～

円の方程式

中心が $(a,\ b)$，半径が r の円の方程式は，

[　　]

特に，中心が原点，半径が r の円の方程式は，

[　　]

また，円の方程式は，

$x^2+y^2+lx+my+n=$ [　　]

の形となり，これは x^2 と y^2 の係数が等しく，xy の項を含まない $x,\ y$ の 2 次方程式である。($l,\ m,\ n$ は実数)

円と直線との位置関係

円 C と直線 l の方程式から，y を消去した 2 次方程式

$ax^2+bx+c=0$

において，$D=b^2-4ac$ とすると，円 C と直線 l が

異なる 2 点で交わる条件は，

[　　]

1 点で接する条件は，

[　　]

共有点をもたない条件は，

[　　]

[　　] 内は教科書などで確かめよう。

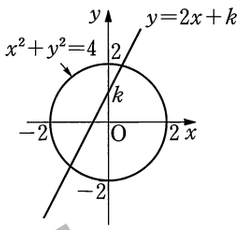
1　(1)　中心が $(-3,\ 2)$，半径が 4 の円の方程式を求めよ。

(2)　中心が原点，半径が 3 の円の方程式を求めよ。

(3)　方程式が $x^2+y^2+6x-2y=0$ で表される円の中心の座標と半径を求めよ。

2　円 $x^2+y^2=4$ と直線 $y=2x+k$ について，

(1)　2 つの方程式から y を消去し，x の 2 次方程式をつくれ。



(2)　円と直線が異なる 2 点で交わるとき，k のとりうる値の範囲を求めよ。

答　1(1)　$(x+3)^2+(y-2)^2=16$　(2)　$x^2+y^2=9$　(3)　中心 $(-3,\ 1)$，半径 $\sqrt{10}$
2(1)　$5x^2+4kx+k^2-4=0$　(2)　$-2\sqrt{5}<k<2\sqrt{5}$

SAMPLE

9999999900-01

*13　直線 l：$y=-2x+3$ に関して点 A(2,　5) と対称な点 P(a,　b) を求める。

(1)　AP の中点が l 上にあることから a，b の関係を求めよ。

(2)　AP$\perp l$ であることから，a，b の関係を求め，これと(1)の結果より P の座標を求めよ。

*14　直線 $x+2y-3=0$ と点 (2,　1) との距離を d とするとき，

(1)　d の値を求めよ。

(2)　点 (1,　1) を通り，傾きが m の直線 l の方程式を求めよ。

(3)　点 (2,　1) と(2)の直線 l の距離が d であるとき，直線 l の方程式を求めよ。

SAMPLE

15　次の円の方程式を求めよ。

(1)　中心が (2, −3)，半径が 4 の円

(2)　中心が (2, −1) で，点 (5, 3) を通る円

(3)　中心が (4, −3) で，y 軸に接する円

(4)　2 点 (4, −3)，(2, 5) を直径の両端とする円

*

16　円 $x^2+y^2=8$ と直線 $y=m(x+4)$ が接するような m の値を求めよ。また，そのときの接点の座標を求めよ。

SAMPLE

9999999900-01

17　円 $x^2+y^2+3kx+(k-2)y-6k-4=0$ の中心を P とする。k の値が変化するとき，中心 P はどのような図形上を動くか。その方程式を求めよ。

18　$2x-5y+4\geqq 0$，$4x-y-10\leqq 0$，$x+2y+2\geqq 0$ で表される領域を D とする。

(1)　D を図示せよ。

(2)　点 (x, y) が D に含まれるとき，$2x+y$ の最大値，最小値を求めよ。

SAMPLE

重要公式　～加法定理～

正弦・余弦の加法定理

$\sin(\alpha+\beta)$
$=$ [　　]

$\sin(\alpha-\beta)$
$=$ [　　]

$\cos(\alpha+\beta)$
$=$ [　　]

$\cos(\alpha-\beta)$
$=$ [　　]

正接の加法定理

$\tan(\alpha+\beta)=$ [　　]

$\tan(\alpha-\beta)=$ [　　]

[　　]内は教科書などで確かめよう。

1　α，βは鋭角とする。$\sin\alpha=\frac{4}{5}$，$\sin\beta=\frac{12}{13}$ のとき，次の値を求めよ。

(1)　$\sin(\alpha+\beta)$

(2)　$\sin(\alpha-\beta)$

(3)　$\cos(\alpha+\beta)$

(4)　$\cos(\alpha-\beta)$

2　$\tan\alpha=4$，$\tan\beta=3$ のとき，次の値を求めよ。

(1)　$\tan(\alpha+\beta)$

(2)　$\tan(\alpha-\beta)$

答　1(1) $\frac{56}{65}$　(2) $-\frac{16}{65}$　(3) $-\frac{33}{65}$　(4) $\frac{63}{65}$　2(1) $-\frac{7}{11}$　(2) $\frac{1}{13}$

SAMPLE

9999999900-01

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

重要公式　～対数とその性質～

対数

$a^p=M$ のことを，記号 log を用いて，[　　]と表す。

$\log_a a=$ [　　]

$\log_a 1=$ [　　]

である。

ただし，$a>0$，$a\neq1$，$M>0$ とする。

対数の性質

$a>0$，$a\neq1$，$M>0$，$N>0$ で，r が実数のとき，

(i)　$\log_a MN$
$=$ [　　]

(ii)　$\log_a\frac{M}{N}=$ [　　]

(iii)　$\log_a M^r=$ [　　]

となる。

底の変換公式

a，b，c は正の数で，$a\neq1$，$c\neq1$ のとき，

$$\log_a b=\frac{[\quad\quad]}{\log_c a}$$

[　　]内は教科書などで確かめよう。

1　(1)　次の等式を $\log_a b=c$ の形で表せ。

(i)　$2^3=8$　　(ii)　$3^{-5}=\frac{1}{243}$

(2)　次の値を求めよ。

(i)　$\log_2 32$　　(ii)　$\log_{\frac{1}{3}} 9$

2　次の式を簡単にせよ。

(1)　$\log_6 27+\log_6 8$

(2)　$\log_3 36-\log_3 4$

(3)　$\log_5\sqrt[3]{25}$

3　次の式を簡単にせよ。

(1)　$\log_2 3\cdot\log_3 16$

(2)　$\log_{27} 9$

答　1(1)(i) $\log_2 8=3$　(ii) $\log_3\frac{1}{243}=-5$　(2)(i) 5　(ii) -2
2(1) 3　(2) 2　(3) $\frac{2}{3}$　3(1) 4　(2) $\frac{2}{3}$

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

19 $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

$$\cos\left(3\theta - \frac{\pi}{4}\right) \geqq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

20 $\sin\alpha = \frac{3}{5}$，$\cos\beta = \frac{5}{13}$ で，$-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$，$-\pi < \beta < 0$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\cos\alpha$　　(2) $\sin\beta$　　(3) $\cos(\alpha+\beta)$

(4) $\sin(\alpha-\beta)$　　(5) $\tan(\alpha+\beta)$

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

21 $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を満たす θ の値または θ の値の範囲を求めよ。

(1) $\sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta = -1$　　(2) $1 \leqq \sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta \leqq \sqrt{3}$

22 次の方程式，不等式を解け。

(1) $9^x = \frac{3^x}{27}$　　(2) $\left(\frac{1}{8}\right)^x < \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$

(3) $2^{2x+1} - 7\cdot 2^x - 4 = 0$　　(4) $9^x - 3^{x+1} < 0$

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

9999999900-01

23 関数 $f(x)=9^x-2\cdot3^{x+2}+45$ $(1\leqq x\leqq3)$ の最大値，最小値とそのときの x の値を求めよ。

24 次の方程式，不等式を解け。

(1) $\log_{10}x+\log_{10}(x-3)=1$

(2) $(\log_2 x)^2-2\log_2 x^2+3=0$

(3) $\log_3 x+\log_3(x-1)<1$

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

9999999900-01

25 関数 $y=\log_3(x+1)+\log_3(5-x)$ の最大値とそのときの x の値を求めよ。

26 $\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とするとき，

(1) 6^{20} は何桁の数になるか。

(2) 5^{-30} を小数で表すと，小数第何位にはじめて 0 でない数字が現れるか。

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

重要公式　～微分係数と導関数～

平均変化率と微分係数

関数 $f(x)$ において，$a \leqq x \leqq b$ について考えると，その区間での平均変化率は，$\dfrac{\boxed{}}{b-a}$ と表される。

また，a を定めておき，b を a に近づける場合，その平均変化率が一定の値に近づくなら，その値を $x=a$ における $\boxed{}$ といい，$\boxed{}$ で表す。

導関数

関数 $y=f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は，

$f'(x)=\lim_{h \to 0} \boxed{}$

と表される。

x の関数 $f(x)$ からその導関数 $f'(x)$ を求めることを，$f(x)$ を x について微分する，あるいは，単に微分するという。

導関数の公式

(i)　$y=x^n$ の導関数は，

$y'=\boxed{}$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

k，l を定数とする。

(ii)　$y=kf(x)$ ならば

$y'=\boxed{}\ f'(x)$

(iii)　$y=f(x)+g(x)$ ならば

$y'=f'(x)+\boxed{}$

(iv)　$y=kf(x)+lg(x)$ ならば

$y'=k\boxed{}+l\boxed{}$

□内は教科書などで確かめよう。

1 (1)　関数 $f(x)=x^2$ において，x の値が a から b まで変化するときの平均変化率と $x=3$ における微分係数を求めよ。

(2)　関数 $f(x)=x^3+4$ において，x の値が a から b まで変化するときの平均変化率と $x=-1$ における微分係数を求めよ。

2　$f(x)=3x^2$ とする。関数 $y=f(x)$ の導関数を，次の□をうめて求めよ。

$$f'(x)=\lim_{h \to 0}\frac{3\left(\boxed{ア}\right)^2-\boxed{イ}}{h}$$

$$=\lim_{h \to 0}\frac{\boxed{ウ}}{h}$$

$$=\lim_{h \to 0}\left(\boxed{エ}\right)$$

$$=\boxed{オ}$$

3　次の関数を微分せよ。

(1)　$y=x^2$　　(2)　$y=7x^3$

(3)　$y=x^3+x^4$　　(4)　$y=8x^2+5x$

答　1 (1)　$b+a$，6　(2)　b^2+ab+a^2，3
2　ア　$x+h$　イ　$3x^2$　ウ　$h(6x+3h)$　エ　$6x+3h$　オ　$6x$
3 (1)　$y'=2x$　(2)　$y'=21x^2$　(3)　$y'=3x^2+4x^3$　(4)　$y'=16x+5$

SAMPLE

9999999900-01

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

重要公式　～接線の方程式～

接線の方程式

曲線 $y=f(x)$ 上の点A$(a,\ f(a))$ における曲線の接線の傾きは，関数 $f(x)$ の $x=a$ における微分係数

$\boxed{}$ で表される。

よって，接線の方程式は，

$y-f(a)=\boxed{}(x-a)$

法線の方程式

曲線 $y=f(x)$ 上の点A$(a,\ f(a))$ における曲線の法線の傾きは，

$\boxed{}$ で表される。

よって，法線の方程式は，

$y-f(a)=\boxed{}(x-a)$

（曲線上の点Pにおける接線に垂直な直線を，点Pにおけるこの曲線の法線という。）

□内は教科書などで確かめよう。

1 (1)　曲線 $y=x^2$ 上の点$(3,\ 9)$における接線の方程式を求めよ。

(2)　曲線 $y=x^2-3x$ 上の点$(-1,\ 4)$における接線の方程式を求めよ。

2　曲線 $y=x^3$ 上の点$(2,\ 8)$における法線の方程式を求めよ。

答　1 (1)　$y=6x-9$　(2)　$y=-5x-1$　2　$y=-\dfrac{1}{12}x+\dfrac{49}{6}$

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

27　次の接線の方程式を求めよ。

(1)　曲線 $y=x^3+4x-2$ 上の点 $(1,\ 3)$ における接線

(2)　曲線 $y=x^3-2x^2+x+2$ の接線で傾きが 5 であるもの

*

28　点 $(0,\ -3)$ から曲線 $y=(x-1)^2$ に引いた接線の方程式と，そのときの接点の座標を求めよ。

SAMPLE

9999999900-01

*

29　関数 $f(x)=ax^2+bx+c$ は次の 3 つの条件を満たす。このとき，定数 a，b，c の値を求めよ。

(i)　$y=f(x)$ のグラフは，点 $(1,\ 1)$ を通る。

(ii)　$x=1$ における $y=f(x)$ の接線の傾きは 2 である。

(iii)　直線 $y=-2x+7$ は $y=f(x)$ に接する。

30　$f(x)=-x^3+ax^2+bx+c$ が $x=-1$，$x=5$ で極値をとり，極小値は -10 であるとき，定数 a，b，c の値を求めよ。

SAMPLE

*31 関数 $f(x)=x^2(a-x)$ について，

(1) $f(x)$ の極大値を求めよ。

(2) 極大値を $g(a)$ とするとき，$y=g(a)$ のグラフをかけ。

*32 関数 $f(x)=-2x^3+3ax^2$ $(-2\leqq x\leqq 6)$ の最大値を求めよ。ただし，$0<a<6$ とする。

SAMPLE

9999999900-01

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

*33 縦 24 cm，横 15 cm の長方形の紙がある。その四隅から 1 辺の長さ x cm の正方形を切り取り，残りの紙を折りまげて，直方体の形をしたふたのない箱を作る。このとき，この箱の容積を Vcm^3 とする。

(1) V を x の式で表せ。

(2) V の最大値とそのときの x の値を求めよ。

*34 x の方程式 $x^3-6ax^2+9a^2x-4=0$ が異なる 3 つの実数解をもつときの，定数 a の値の範囲を求めよ。

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

重要公式　～不定積分～

x^n の不定積分

$n=0,\ 1,\ 2$ のとき，

$\int x^n dx = \square x^{\square} + C$

（C は積分定数）

不定積分の公式

$h,\ k$ を 0 でない定数とする。

(i) $\int kf(x)dx = \square \int f(x)dx$

(ii) $\int \{f(x)+g(x)\}dx$

$= \int \square dx + \int \square dx$

(iii) $\int \{hf(x)+kg(x)\}dx$

$= \square \int f(x)dx + \square \int g(x)dx$

□内は教科書などで確かめよう。

1　次の不定積分を求めよ。

(1) $\int x\,dx$

(2) $\int x^2 dx$

2　次の不定積分を求めよ。

(1) $\int 7x^2 dx$

(2) $\int (x+x^2)dx$

(3) $\int (5x^2+3x)dx$

答　1 (1) $\frac{1}{2}x^2+C$　(2) $\frac{1}{3}x^3+C$（Cは積分定数）　2 (1) $\frac{7}{3}x^3+C$
(2) $\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3+C$　(3) $\frac{5}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2+C$（$C$は積分定数）

9999999900-01

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

重要公式　～定積分～

定積分

関数 $f(x)$ の不定積分の 1 つを $F(x)$ とすると，

$\int_a^b f(x)dx = \square - \square$

で，これを $\left[F(x)\right]_a^b$ と表す。

定積分の公式

(i) $\int_a^a f(x)dx = \square$

(ii) $\int_b^a f(x)dx = -\int_{\square}^{\square} f(x)dx$

(iii) $\int_a^b f(x)dx$

$= \int_a^c f(x)dx + \int_{\square}^{\square} f(x)dx$

定積分と微分

a が定数のとき，関数 $f(x)$ について，次の等式が成り立つ。

$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = \square$

□内は教科書などで確かめよう。

1　次の定積分の値を求めよ。

(1) $\int_1^2 x^2 dx$　　(2) $\int_2^3 (3x^2+4x)dx$

2　次の定積分の値を求めよ。

(1) $\int_3^3 5x^2 dx$　　(2) $\int_1^2 x^2 dx - \int_3^2 x^2 dx$

3　次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$\int_1^x f(t)dt = x^2 - x$

答　1 (1) $\frac{7}{3}$　(2) 29　2 (1) 0　(2) $\frac{26}{3}$　3 $f(x)=2x-1$

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

35　次の定積分の値を求めよ。

(1)　$\int_1^5(-5)dx$

(2)　$\int_1^3(2x+7)dx$

(3)　$\int_2^3(x^2-4x+3)dx$

(4)　$\int_{-1}^2(2x-3)(x+5)dx$

36　次の定積分の値を求めよ。

(1)　$\int_{-1}^2(x^2+2x)dx-\int_{-1}^2(2x-3)dx$

(2)　$\int_{-1}^2(3x^2+2x)dx-\int_{-2}^2(3x^2+2x)dx+\int_{-2}^1(3x^2+2x)dx$

SAMPLE

9999999900-01

37　$\int_a^x f(t)dt=x^2-4x+a$ を満たす関数 $f(x)$ と定数 a の値を求めよ。

38　次の面積を求めよ。

(1)　曲線 $y=2x^2-x-3$ と $y=-x^2+2x+3$ で囲まれる図形

(2)　2つの曲線 $y=-x^2+2x+1$ と $y=x^2-2x-3$ で囲まれる図形

SAMPLE

39　曲線 $y=-x^2$ とこの曲線上の点 $(2,\ -4)$ における接線，および y 軸で囲まれる図形の面積を求めよ。

40　放物線 $C: y=x^2-6x$ と x 軸とで囲まれる図形の面積が直線 $l: y=ax$ で2等分されるとき，定数 a の値を求めよ。

SAMPLE

9999999900-01

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

重要公式　～平面ベクトルとその演算～

ベクトルの平行，3点が同じ直線上にあるための条件

(i)　$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$，$\vec{a}\parallel\vec{b}$ のとき，

$\vec{b}=k$ □ で表される。

ただし，k は0でない実数

(ii)　点Pが直線AB上にあるとき，

$\overrightarrow{AP}=k$ □ で表される。

ただし，k は実数

平面ベクトルの成分表示，演算

$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ とする。

(i)　$\vec{a}=\vec{b}$ のとき，$a_1=$ □，

$a_2=$ □

(ii)　$|\vec{a}|=$ □

(iii)　$\vec{a}+\vec{b}=\left(\square,\ \square\right)$

$\vec{a}-\vec{b}=\left(\square,\ \square\right)$

h，k は実数の定数とすると

(iv)　$h\vec{a}=\left(\square,\ \square\right)$

(v)　$h\vec{a}+k\vec{b}$

$=\left(\square,\ \square\right)$

(vi)　2点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ について，$\overrightarrow{AB}=\left(\square,\ \square\right)$

$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

□内は教科書などで確かめよう。

1　$\vec{a}$，$\vec{b}$ はともに $\vec{0}$ でなく，互いに平行でない。

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}+3\vec{b}$，$\overrightarrow{OB}=2\vec{a}+\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=3\vec{a}-\vec{b}$ とするとき，

(1)　$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。

(2)　3点A，B，Cは一直線上にあることを示せ。

2　$\vec{a}=(2,\ 1)$，$\vec{b}=(-1,\ 1)$ について，

(1)　$2\vec{a}-3\vec{b}$ を成分で表し，その大きさを求めよ。

(2)　$\vec{c}=(4,\ 5)$ を $h\vec{a}+k\vec{b}$（h，k は実数）の形で表せ。

答　1(1) $\overrightarrow{AB}=\vec{a}-2\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=2\vec{a}-4\vec{b}$　(2) 省略　2(1) $(7,\ -1)$，$5\sqrt{2}$　(2) $\vec{c}=3\vec{a}+2\vec{b}$

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

重要公式　～平面ベクトルの応用～

位置ベクトル

(i)　線分ABを $m:n$ の比に分ける点Pについて，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OP}=\vec{p}$ とすると

$\vec{p}=$ [　　]

(ii)　三角形ABCの重心がGで $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，$\overrightarrow{OG}=\vec{g}$ とすると，

$\vec{g}=$ [　　]

ベクトルの表現

$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$，$\vec{a}\not\parallel\vec{b}$，$h$，$k$，$l$，$m$ が実数で，

$h\vec{a}+k\vec{b}=l\vec{a}+m\vec{b}$ のとき，

$h=$ [　　]，$k=$ [　　]

特に，$h\vec{a}+k\vec{b}=\vec{0}$ のとき，

$h=$ [　　]，$k=$ [　　]

直線のベクトル方程式

直線上の任意の点Pの位置ベクトルを $\vec{p}$ とする。(s，t は実数)

(i)　定点A($\vec{a}$)を通り，$\vec{d}$($\vec{d}\neq\vec{0}$)に平行な直線の方程式は，

$\vec{p}=\vec{a}+$ [　　]

(ii)　異なる2点A($\vec{a}$)，B($\vec{b}$)を通る直線の方程式は，

$\vec{p}=(1-t)\vec{a}+$ [　　]

さらに，$1-t=s$ とおくと

$\vec{p}=s\vec{a}+$ [　　]

[　　]内は教科書などで確かめよう。

1　2点A，Bの位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ とする。

(1)　線分ABを5：3の比に内分する点Pの位置ベクトル $\vec{p}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。

(2)　線分ABを5：3の比に外分する点Qの位置ベクトル $\vec{q}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。

2　$\vec{a}$，$\vec{b}$ はともに $\vec{0}$ でなく，互いに平行でないとする。

$(1-s)\vec{a}+\frac{3}{4}s\vec{b}=\frac{1}{2}t\vec{a}+(1-t)\vec{b}$

となる実数 s，t の値を求めよ。

3　平行四辺形OACBにおいて，辺OAを2：1の比に内分する点をMとする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ のとき，次の直線のベクトル方程式を求めよ。

(1)　直線MB　　(2)　直線OC

(3)　点Cを通り，直線ABに平行な直線

答　1(1) $\vec{p}=\frac{3}{8}\vec{a}+\frac{5}{8}\vec{b}$　(2) $\vec{q}=-\frac{3}{2}\vec{a}+\frac{5}{2}\vec{b}$　2 $s=\frac{4}{5}$，$t=\frac{2}{5}$
3(1) $\vec{p}=\frac{2}{3}(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$　(2) $\vec{p}=t(\vec{a}+\vec{b})$
(3) $\vec{p}=(1-t)\vec{a}+(1+t)\vec{b}$　(t は実数)

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

9999999999-01

41　平面上に3つのベクトル $\vec{a}=(2,\ 1)$，$\vec{b}=(-1,\ 3)$，$\vec{c}=(1,\ 11)$ がある。

(1)　$\vec{c}$ を $\vec{c}=x\vec{a}+y\vec{b}$　(x，y は実数)の形で表せ。

(2)　$k\vec{c}+\vec{a}$　(k は実数)が $\vec{b}$ に平行になるとき，k の値を求めよ。

(3)　$\vec{d}=\vec{b}+m\vec{c}$　(m は実数)で $\vec{a}-\vec{d}$ と $\vec{b}+\vec{d}$ が平行であるとき，$\vec{d}$ を成分で表せ。

*

42　$|\vec{b}|=2|\vec{a}|$，$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ で $\vec{a}+\vec{b}$ と $5\vec{a}-2\vec{b}$ が垂直であるとき，

(1)　$\vec{a}\cdot\vec{b}$ を $\vec{a}$ で表せ。　　(2)　$\vec{a}$，$\vec{b}$ のなす角を求めよ。

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

43

平行四辺形 ABCD で，$\overrightarrow{AB}=\vec{x}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{y}$ とおく。対角線 BD を 3：5 の比に内分する点を P，辺 BC を 3：2 の比に内分する点を Q とする。

(1) $\overrightarrow{AP}$，$\overrightarrow{AQ}$ を $\vec{x}$，$\vec{y}$ で表せ。

(2) 3 点 A，P，Q が一直線上にあることを示せ。

*

44

△ABC の辺 AB を 1：2 の比に内分する点を D，辺 AC を 2：1 の比に外分する点を E，BC と DE の交点を P とし，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$ とするとき，

(1) $\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AE}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。

(2) $\overrightarrow{AP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

9999999900-01

*

45

△ABC と点 P があって，$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{AC}$ を満たしている。

(1) $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$，$\overrightarrow{AP}=\vec{p}$ とおいて，$\vec{p}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(2) 辺 BC を 2：1 に内分する点を Q とするとき，$\overrightarrow{AQ}$ を $\vec{p}$ を用いて表し，3 点 A，P，Q がどのような位置関係にあるか述べよ。

46

1 辺の長さ 2 の正四面体 O-ABC において，辺 AB，OC の中点をそれぞれ M，N とする。△ABC の重心を G とするとき，$\overrightarrow{OG}\cdot\overrightarrow{MN}$ を求めよ。

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

重要公式　～等差数列，等比数列～

等差数列

(i)　初項 a，公差 d の等差数列の一般項 a_n は，$a_n=$ ［　　］

(ii)　等差数列の初項から第 n 項までの和 S_n は，

初項 a，末項 l のとき，

$S_n=$ ［　　］

初項 a，公差 d のとき，

$S_n=$ ［　　］

等比数列

初項 a，公比 r の等比数列について，

(i)　一般項 a_n は，$a_n=$ ［　　］

(ii)　初項から第 n 項までの和 S_n は，

$r\neq 1$ のとき，$S_n=$ ［　　］

$r=1$ のとき，$S_n=$ ［　　］

［　　］内は教科書などで確かめよう。

1　初項 3，公差 4 の等差数列について，

(1)　一般項 a_n を求めよ。

(2)　初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

2　初項 3，公比 4 の等比数列について，

(1)　一般項 a_n を求めよ。

(2)　初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

答　1(1) $a_n=4n-1$　(2) $S_n=2n^2+n$　2(1) $a_n=3\cdot 4^{n-1}$　(2) $S_n=4^n-1$

SAMPLE

9999999900-01

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

重要公式　～和の記号 Σ～

和の記号 Σ

(i)　Σ 記号

n が自然数のとき，

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=\sum_{k=\square}^{\square} a_{\square}$

また，例えば $\sum_{k=5}^{8} a_k$ は，

$a_5+a_6+a_7+a_8$ を表す。

(ii)　Σ の性質

$\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)$

$=$ ［　　］$+$ ［　　］

$\sum_{k=1}^{n} pa_k=p$ ［　　］

（p は，k に無関係な定数）

(iii)　基本数列の和

$\sum_{k=1}^{n} c=\underbrace{c+c+\cdots\cdots+c}_{n\text{個}}$

$=$ ［　　］

$\sum_{k=1}^{n} k=1+2+3+\cdots+n$

$=$ ［　　］

$\sum_{k=1}^{n} k^2=1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$

$=$ ［　　］

$\sum_{k=1}^{n} k^3=1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3$

$=$ ［　　］

［　　］内は教科書などで確かめよう。

1　次の式を Σ 記号を使わないで表せ。

(1)　$\sum_{k=1}^{4} 2k$　　(2)　$\sum_{k=2}^{5} \frac{1}{k}$

(3)　$\sum_{k=3}^{5}(k+2)$

2　次の和を求めよ。

$\sum_{k=1}^{n}(k-1)^2$

答　1(1) $2+4+6+8$　(2) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$　(3) $5+6+7$

2　$\frac{1}{6}n(n-1)(2n-1)$

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

47　次の等差数列について，〔　〕内のものを求めよ。

(1)　第 8 項が 19，初項から第 8 項までの和が -44〔初項と公差〕

(2)　初項が 2，末項が $\frac{31}{2}$，初項から末項までの和が 245〔公差と項数〕

(3)　初項が 4，初項から第 4 項までの和と初項から第 6 項までの和が等しい。〔公差〕

48　次の等比数列について，〔　〕内のものを求めよ。

(1)　初項が 1，公比が -2，初項から第 n 項までの和が -21〔項数〕

(2)　公比が 3，初項から第 8 項までの和が 6560〔初項〕

(3)　第 2 項が 12，初項から第 3 項までの和が 38〔初項と公比〕

SAMPLE

9999999900-01

*

49　(1)　等差数列 3，7，11，……の第何項から 100 より大きくなるか。

(2)　第 3 項が 34，第 9 項が 16 の等差数列において，初項から第何項までの和が最大となるか。

50　次の計算をせよ。

(1)　$\sum_{k=1}^{10}(6k^2-2k)$

(2)　$\sum_{k=1}^{20}\frac{1}{(k+1)(k+2)}$

(3)　$\sum_{k=5}^{10}(k^2-k)$

(4)　$\sum_{k=1}^{n}5^{2k}$

SAMPLE

*
51　次の和を求めよ。

(1)　$\sum_{k=1}^{10}(1+2+3+\cdots\cdots+k)$

(2)　$\sum_{k=1}^{10}(1+2+4+\cdots\cdots+2^{k-1})$

(3)　$\sum_{k=1}^{10}\dfrac{1}{1+2+3+\cdots\cdots+k}$

52　初項から第 n 項までの和 S_n が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$S_n=n^2-4n$　　(2)　$S_n=n^2+2n+3$

SAMPLE

9999999900-01

SAMPLE

○許可なしに転載・複製することを禁じます。

○許可なしに転載・複製することを禁じます。