

数学Ⅱ・B

第4問 シ～ソ、タ～テ

【出典】 問題・集計結果データともに、2022年度「第1回ベネッセ・駿台大学入学共通テスト模試」より。

考察過程を振り返り、得られた結果を活用する問題で、各学力層で差がついた

太郎さんと花子さんは数列の学習が終わり、漸化式を用いた演習課題として、先生に次の問題を出された。

問題 A, B二つの容器があり, Aには2%の食塩水100g, Bには10%の食塩水200gが入っている。

A, Bそれぞれの容器から食塩水を50g取り出し, Aから取り出した食塩水をBに入れ, Bから取り出した食塩水をAに入れて, いずれもよくかき混ぜる。

これを1回の操作とする。この操作を繰り返していくと, 両方の容器の食塩水の濃度が近づいていく。AとBの食塩水の濃度の差が0.001%以下になるには, 操作を最低何回繰り返すとよいかを求めよ。

この操作を n 回行った後のAとBの食塩水の濃度をそれぞれ $a_n\%$, $b_n\%$ として考える。

問題について, 太郎さんと花子さんが話している。

太郎: 食塩水の問題は, 含まれている食塩の質量を考えるといいんだよね。

花子: まず, 1回目の操作後の各容器の食塩の質量を求めると, a_1 , b_1 が求められるね。

太郎: では, 一般項はどうか。いきなり一般項を求めるのは難しそうだね。漸化式がつけられるのかな。

花子: 1回目の操作後のときと同じように, n 回目と $n+1$ 回目の操作後の各容器の食塩の質量の関係を考えると, 漸化式がつけられそうだよ。

最初にBの容器の200gの食塩水に含まれる食塩の質量は **アイ** gであるから,

1回目の操作でBの容器の食塩の質量は **ウエ** gとなる。したがって,

$b_1 =$ **オ** である。

同様に考えて, $a_1 =$ **カ** である。

n 回目の操作後のBの容器の200gの食塩水に含まれる食塩の質量は **キ** b_n g

であり, このうちの150gの食塩水に含まれる食塩の質量は $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ b_n gである。

$n+1$ 回目にAからBに移す50gの食塩水に含まれる食塩の質量は

$\frac{\text{コ}}{\text{サ}}$ a_n gである。

したがって, $n+1$ 回目の操作後のBの容器の食塩水の濃度は

$$b_{n+1} = \frac{\text{シ}}{\text{ス}} a_n + \frac{\text{セ}}{\text{ソ}} b_n \quad \dots\dots\dots ①$$

である。同様に考えると, $n+1$ 回目の操作後のAの容器の食塩水の濃度は

$$a_{n+1} = \frac{\text{タ}}{\text{チ}} a_n + \frac{\text{ツ}}{\text{テ}} b_n \quad \dots\dots\dots ②$$

である。

第4問 シ～ソ

正解率	12.7%
SS65～70	66.5%
SS60～65	30.0%
SS55～60	11.1%
SS50～55	4.0%
SS45～50	1.9%

第4問 タ～テ

正解率	20.1%
SS65～70	81.2%
SS60～65	47.8%
SS55～60	22.1%
SS50～55	10.3%
SS45～50	5.8%

2022年度第1回ベネッセ・駿台
大学入学共通テスト模試

「数学Ⅱ・B」

受験者数: 248,057人
平均点: 49.1点
標準偏差: 20.8

シ～ソ: 1434 タ～テ: 1212

数学Ⅱ・B

第4問 シ～ソ、タ～テ

考察過程を振り返り、得られた結果を活用する問題で、各学力層で差がついた

結果分析

第4問の[シ～ソ]、[タ～テ]は、前問までの結果や考察過程を振り返り、漸化式を立てる問題です。食塩水の濃度を題材にした問題文から必要な条件を読み取り、数式化していきます。食塩の質量に着目して初項を求める過程を通して操作について理解し、 n 回目、 $n+1$ 回目の関係から漸化式を立てる必要があります。前問までの結果や考察過程を振り返り、一般化して考えられたかどうかで、各学力層で差がつかまりました。

SS60～65の学力層でも、正解率が30.0%と非常に低く、この時期は、まだこのように具体例から一般化する力が十分に身につけていないことがわかります。

指導のご提案

数列では、規則を読み取って数式化したり、具体的な数値で考察して一般化する力が問われます。しかし、現時点の生徒は、この力が弱く、意識して身につけていく必要があります。

共通テストでは、前問までの結果や考察過程を振り返り発展的に考えたり一般化したりする問題が出題されます。そのため、これからの2か月では、「規則性を見出す」、「一般化する」、「誘導の意味をつかむ」などを意識して問題に取り組み、実力を養成していくことが大切になります。

[実践形式の類題演習のご提案ページへ](#)