大学入学共通テスト

出題の特徴と共通テスト対策指導のご提案

株式会社ラーンズ

数学Ⅱ・B　**第１問〔１〕(3) ク，ケ**

教科書の本文で扱われていない解法を理解して誘導に乗る設問

(2)　$\sin x$ と $\sin 2x$ の値の大小関係を詳しく調べよう。

$$\sin 2x - \sin x = \sin x\left(\boxed{ウ}\cos x - \boxed{エ}\right)$$

であるから，$\sin 2x - \sin x > 0$ が成り立つことは

「$\sin x > 0$　かつ　$\boxed{ウ}\cos x - \boxed{エ} > 0$」 ……………… ①

または

「$\sin x < 0$　かつ　$\boxed{ウ}\cos x - \boxed{エ} < 0$」 ……………… ②

が成り立つことと同値である。$0 \leqq x \leqq 2\pi$ のとき，① が成り立つような x の値の範囲は

$$0 < x < \frac{\pi}{\boxed{オ}}$$

であり，② が成り立つような x の値の範囲は

$$\pi < x < \frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}\pi$$

である。よって，$0 \leqq x \leqq 2\pi$ のとき，$\sin 2x > \sin x$ が成り立つような x の値の範囲は

$$0 < x < \frac{\pi}{\boxed{オ}},\quad \pi < x < \frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}\pi$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第１問は次ページに続く。)

(3)　$\sin 3x$ と $\sin 4x$ の値の大小関係を調べよう。

三角関数の加法定理を用いると，等式

$$\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\sin\beta \quad \cdots\cdots ③$$

が得られる。$\alpha + \beta = 4x$，$\alpha - \beta = 3x$ を満たす α，β に対して ③ を用いることにより，$\sin 4x - \sin 3x > 0$ が成り立つことは

「$\cos\boxed{ク} > 0$　かつ　$\sin\boxed{ケ} > 0$」 ……………… ④

または

「$\cos\boxed{ク} < 0$　かつ　$\sin\boxed{ケ} < 0$」 ……………… ⑤

が成り立つことと同値であることがわかる。

$0 \leqq x \leqq \pi$ のとき，④，⑤ により，$\sin 4x > \sin 3x$ が成り立つような x の値の範囲は

$$0 < x < \frac{\pi}{\boxed{コ}},\quad \frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\pi < x < \frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}\pi$$

である。

$\boxed{ク}$，$\boxed{ケ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 0	① x	② $2x$	③ $3x$
④ $4x$	⑤ $5x$	⑥ $6x$	⑦ $\frac{x}{2}$
⑧ $\frac{3}{2}x$	⑨ $\frac{5}{2}x$	ⓐ $\frac{7}{2}x$	ⓑ $\frac{9}{2}x$

三角関数の和・差で表された式を積の形に変形する方法は、数学Ⅱの教科書で扱われていないが、解法を理解して誘導に乗る必要がある。

ク、ケ：a、7

2023年度大学入学共通テスト
「数学Ⅱ・B」
受験者数：　316,619人
平均点：　61.48点
標準偏差：　20.18

【出典】 問題・データとも、2023年度大学入学共通テスト（本試験）より。データは「令和5年度大学入学共通テスト（本試験）平均点等一覧（中間集計その2）」のものです。

大学入学共通テスト

出題の特徴と共通テスト対策指導のご提案

株式会社ラーンズ

数学II・B

第１問〔１〕(3) ク，ケ

教科書の本文で扱われていない解法を理解して誘導に乗る設問

出題の特徴

第１問〔１〕は、２倍角の公式、加法定理などを利用して、三角関数の不等式を解く問題でした。式を積の形に変形することで符号を判定するという不等式を解くときの基本を押さえているかどうかが問われました。
加法定理を利用して和・差を積の形に変形する方法（和・差→積の公式を導く過程）は数学IIの教科書では扱われていないので、(3)では**問題の誘導に従って解き進めることができるかどうかがポイント**でした。

指導のご提案

共通テストでは、問題文から解法の構想を読み取って、その方針に従って考えていくことが求められます。誘導に乗れるかどうかで、解答時間や計算量に大きな差が生じるので、**設問の展開構成を理解したり、誘導の意味を理解しながら解き進めることが大切になります**。
教科書で扱われていない解法なども扱われるので、日々の問題演習において、解ければ終わりではなく、他者の考えた解法を理解したり別解について考察したりすることで、柔軟に考えられる力を積み上げていきたいです。

教材のご紹介

大学入学共通テスト
出題の特徴と共通テスト対策指導のご提案

教材のご紹介…「2024共通テスト対策【実力養成】重要問題演習　数学」

教科書の本文で扱われていない解法を理解して誘導に乗る設問　第78問

78　難易度 ★★☆　目標解答時間 12分　SELECT 90

θ の方程式 $\cos 5\theta=\cos 2\theta$ $(0\leqq\theta\leqq\pi)$ ……① について考える。

〔1〕方程式①を解こう。

(1) $a+b=5$, $a-b=2$ を満たす a, b の値を求めると，$a=\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$, $b=\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

よって，方程式①は

$$\cos\left(\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\theta+\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\theta\right)-\cos\left(\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\theta-\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\theta\right)=0\quad(0\leqq\theta\leqq\pi)$$

と変形でき，さらに

$$\boxed{オ}=0\quad(0\leqq\theta\leqq\pi)$$

と変形できる。

$\boxed{オ}$ の解答群

⓪ $-2\sin\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\theta\sin\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\theta$	① $-2\sin\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\theta\cos\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\theta$
② $-2\cos\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\theta\sin\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\theta$	③ $-2\cos\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\theta\cos\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\theta$

(2) 一般に，$\cos A=\cos B$ となるような A, B の満たす関係式は，n を整数として $\boxed{カ}$ と表すことができる。

$\boxed{カ}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ $A=B+n\pi$	① $A=B+2n\pi$
② $A=-B+n\pi$	③ $A=-B+2n\pi$
④ $A=\pm B+n\pi$	⑤ $A=\pm B+2n\pi$

(3) (1)または(2)を利用すると，方程式①の解は，小さい順に

$$\theta=0,\ \frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\pi,\ \frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\pi,\ \frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\pi,\ \frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}\pi$$

である。

解答解説

問題の誘導に合わせて解法を押さえられる

こう解く！

方程式 $\cos 5\theta=\cos 2\theta$ $(0\leqq\theta\leqq\pi)$ ……①は

$$\cos\left(\frac{7}{2}\theta+\frac{3}{2}\theta\right)=\cos\left(\frac{7}{2}\theta-\frac{3}{2}\theta\right)$$

$$\cos\left(\frac{7}{2}\theta+\frac{3}{2}\theta\right)-\cos\left(\frac{7}{2}\theta-\frac{3}{2}\theta\right)=0$$

と変形できる。加法定理を用いて

$$\left(\cos\frac{7}{2}\theta\cos\frac{3}{2}\theta-\sin\frac{7}{2}\theta\sin\frac{3}{2}\theta\right)$$

$$-\left(\cos\frac{7}{2}\theta\cos\frac{3}{2}\theta+\sin\frac{7}{2}\theta\sin\frac{3}{2}\theta\right)=0 \leftarrow \text{A}$$

$$-2\sin\frac{7}{2}\theta\sin\frac{3}{2}\theta=0\quad \overset{オ}{⓪}\quad(0\leqq\theta\leqq\pi)$$

3

A
加法定理
$\cos(\alpha+\beta)$
$=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
$\cos(\alpha-\beta)$
$=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

別冊付録
「公式・解法集」

定価980円（税込み）

「公式・解法集」を活用しながら定理・公式の理解の質を高め、3年生2学期からの本格的な実戦演習へ

「2024共通テスト対策【実力完成】直前演習　数学Ⅱ・B」（2023年6月発刊）

数学Ⅱ・B

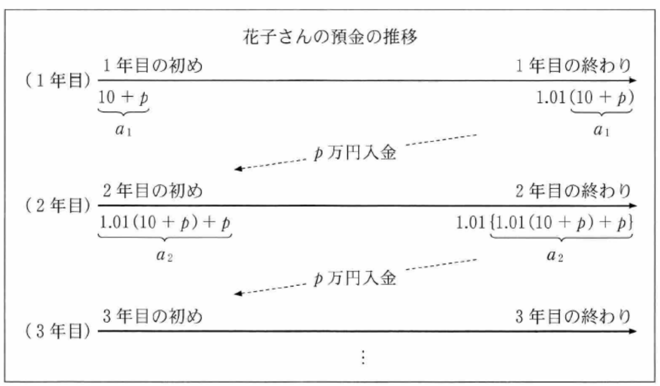
第４問(1) ア、イ、ウ

長文から条件を素早く読み取り、成り立つ関係を立式する設問

花子さんは，毎年の初めに預金口座に一定額の入金をすることにした。この入金を始める前における花子さんの預金は10万円である。ここで，預金とは預金口座にあるお金の額のことである。預金には年利１％で利息がつき，ある年の初めの預金が x 万円であれば，その年の終わりには預金は $1.01x$ 万円となる。次の年の初めには $1.01x$ 万円に入金額を加えたものが預金となる。

毎年の初めの入金額を p 万円とし，n 年目の初めの預金を a_n 万円とおく。ただし，$p>0$ とし，n は自然数とする。

例えば，$a_1=10+p$，$a_2=1.01(10+p)+p$ である。



参考図

(1) a_n を求めるために二つの方針で考える。

方針１

n 年目の初めの預金と $(n+1)$ 年目の初めの預金との関係に着目して考える。

３年目の初めの預金 a_3 万円について，$a_3=\boxed{ア}$ である。すべての自然数 n について

$$a_{n+1}=\boxed{イ}\,a_n+\boxed{ウ}$$

が成り立つ。これは

$$a_{n+1}+\boxed{エ}=\boxed{オ}\left(a_n+\boxed{エ}\right)$$

と変形でき，a_n を求めることができる。

条件から具体的に考えて、さらにそれを一般化する。

$\boxed{ア}$ の解答群

⓪ $1.01\{1.01(10+p)+p\}$	① $1.01\{1.01(10+p)+1.01p\}$
② $1.01\{1.01(10+p)+p\}+p$	③ $1.01\{1.01(10+p)+p\}+1.01p$
④ $1.01(10+p)+1.01p$	⑤ $1.01(10+1.01p)+1.01p$

$\boxed{イ}$ ～ $\boxed{オ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 1.01	① 1.01^{n-1}	② 1.01^n
③ p	④ $100p$	⑤ np
⑥ $100np$	⑦ $1.01^{n-1}\times 100p$	⑧ $1.01^n\times 100p$

ア：2　イ、ウ：0、3

2023年度大学入学共通テスト
「数学Ⅱ・B」
受験者数：　316,619人
平均点：　61.48点
標準偏差：　20.18

【出典】 問題・データとも、2023年度大学入学共通テスト（本試験）より。データは「令和5年度大学入学共通テスト（本試験）平均点等一覧（中間集計その2）」のものです。

株式会社ラーンズ

数学Ⅱ・B

第４問⑴ ア、イ、ウ

長文から条件を素早く読み取り、成り立つ関係を立式する設問

出題の特徴

第4問は、年利1％である預金口座に毎年一定額を入金したときのn年目の初めの預金を考察する問題でした。
⑴では、n年目の初めの預金とn+1年目の初めの預金の関係に着目して、漸化式を立式することが求められました。具体例と参考図の預金の推移から、**規則性を一般化できるかどうかがポイント**でした。
問題の題材は現実の事象をモデル化したものであり、問題文から条件を素早く正確に読み取ることに比重が置かれた問題でした。

指導のご提案

共通テストでは、現実の事象における課題を数学を用いて考察する問題が出されます。この問題のように、**問題文から条件を読み取り規則性を見いだして漸化式を立式したり、変数の関係に着目して方程式や関数を立式するような問題で、条件を数学的に表現する練習を積んでおくことが大切**です。
また、日々の演習や探究学習の中で「具体例をもとに一般化する」という思考を実践していくことで、初見の題材にも対応できるようになります。

教材のご紹介

大学入学共通テスト
出題の特徴と共通テスト対策指導のご提案

株式会社ラーンズ

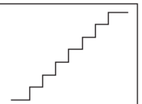
教材のご紹介…「共通テスト対策【実力養成】数学Ⅰ･A、Ⅱ･B 30分演習［改訂版］」

長文から素早く条件を読み取り、成り立つ関係を立式する設問

第8回第3問

(1) 次の問題Aについて考えよう。

問題A　右の図のような7段の階段がある。一歩で1段または2段のいずれかで階段を上がるとき，7段の階段の上がり方は全部で何通りあるか。



一歩で1段または2段のいずれかで階段を上がるとき，n 段の上がり方の総数を a_n とする。

このとき，$a_1 =$ $\boxed{ア}$，$a_2 =$ $\boxed{イ}$ である。

また，n が3以上の自然数のとき

最初の一歩で1段上がるとき，残りの段の上がり方は $\boxed{ウ}$ 通り

最初の一歩で2段上がるとき，残りの段の上がり方は $\boxed{エ}$ 通り

である。

よって，関係式 $a_n =$ $\boxed{オ}$ が成り立つ。

この関係式を繰り返し用いることにより，7段の階段の上がり方の総数 a_7 は $\boxed{カキ}$ であることがわかる。

$\boxed{ウ}$，$\boxed{エ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ a_{n-3}	① a_{n-2}	② a_{n-1}	③ a_n
④ a_{n+1}	⑤ a_{n+2}	⑥ a_{n+3}	

$\boxed{オ}$ の解答群

⓪ $a_{n-2}+a_{n-3}$	① $a_{n-1}+a_{n-2}$	② a_n+a_{n-1}
③ $a_{n+1}+a_n$	④ $a_{n+2}+a_{n+1}$	⑤ $a_{n+3}+a_{n+2}$

(2) 問題Aにおいて「連続して2段上がることはしない」という条件を加えた問題Bについて考えよう。

問題B　一歩で1段または2段のいずれかで階段を上がるとき，一歩で2段上がることは連続しないものとする。7段の階段の上がり方は全部で何通りあるか。

一歩で1段または2段のいずれかで階段を上がるとき，一歩で2段上がることは連続しないような n 段の上がり方の総数を b_n とする。

このとき，$b_1 =$ $\boxed{ク}$，$b_2 =$ $\boxed{ケ}$，$b_3 =$ $\boxed{コ}$ である。

また，n が4以上の自然数のとき

最初の一歩で1段上がるとき，残りの段の上がり方は $\boxed{サ}$ 通り

最初の一歩で2段上がるとき，残りの段の上がり方は $\boxed{シ}$ 通り

である。

よって，問題Aを考えたときと同様に関係式をつくり，それを繰り返し用いることにより，7段の階段の上がり方の総数 b_7 は $\boxed{スセ}$ であることがわかる。

$\boxed{サ}$，$\boxed{シ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ b_{n-3}	① b_{n-2}	② b_{n-1}	③ b_n
④ b_{n+1}	⑤ b_{n+2}	⑥ b_{n+3}	

解答解説

こう解く！

n が4以上の自然数のとき，
最初の1歩で1段上がるとき，残りは $(n-1)$ 段であるから，その上がり方は b_{n-1}（②）通り。……（答）
最初の1歩で2段上がるとき，次は必ず1歩で1段上がり，残りは $(n-3)$ 段で
方は b_{n-3}（⓪）通り。……
これらは同時に起こらない
数のとき，関係式
$b_n = b_{n-1} + b_{n-3}$

わかりやすい解答に加え、解法のカギは「POINT」で深く理解

Point
(2)で，最初の1歩で2段上がるときの上がり方を b_{n-2} とする誤りに注意。2歩目は必ず1段であるから，一般には，2歩目以降の上がり方の総数は，$(n-2)$ 段の階段の上がり方の総数とは一致しない。

各定価680円（税込み）

早い段階から共通テスト形式の演習で対応力を高め、3年生2学期からの本格的な実戦演習へ

「2024共通テスト対策【実力完成】直前演習　数学Ⅱ・B」（2023年6月発刊）